A – Titres, vitesses et flux

Exercice 1

Pour un mélange binaire de A et B, montrer que la fraction massique ω_A est reliée à la fraction molaire x_A par :

a) $$\omega_A = \frac{x_A M_A}{x_A M_A + x_B M_B}$$

b) $$d\omega_A = \frac{M_A M_B dx_A}{(x_A M_A + x_B M_B)^2}$$

c) $$dx_A = \frac{d\omega_A}{M_A M_B(\omega_A/M_A + \omega_B/M_B)^2}$$

Exercice 2

La composition de l'air est souvent donnée en termes des deux principaux constituants seulement; dans le mélange gazeux, on a :

Oxygène $O_2 \longrightarrow y_{O2} = 0{,}21$

Azote $N_2 \longrightarrow y_{N2} = 0{,}79$

Déterminer la fraction massique de chacun des constituants et la masse molaire moyenne de l'air sachant que les masses molaires de l'oxygène et de l'azote sont, respectivement, 32 g/mol et 28 g/mol.

Exercice 3

La composition molaire du GNL commercial est :

- méthane, CH_4 $\longrightarrow$ 94,9 %
- éthane, C_2H_6 $\longrightarrow$ 4,0 %
- propane, C_3H_8 $\longrightarrow$ 0,6 %
- dioxyde de carbone, CO_2 $\longrightarrow$ 0,5 %

Déterminer :

a) La fraction massique du méthane.

b) La masse molaire moyenne du mélange GNL.

c) La masse volumique du mélange gazeux lorsqu'il est à 193 K et sous une pression de $1{,}013.10^5$ Pa.

d) La pression partielle du méthane lorsque la pression totale dans le système est $1{,}013.10^5$ Pa.

e) La fraction massique du propane en ppm (parts par million).

Exercice 4

L'analyse d'un gaz naturel a donné les résultats suivants (en mole) :

CO_2 : 4 % N_2 : 14 % C_2H_6 : 5 % CH_4 : 77 %

Déterminer :

a) La fraction massique de N_2

b) La masse molaire moyenne du mélange gazeux

Exercice 5

Un réservoir contient 30 m^3 d'air à 400 K et $1{,}013.10^5$ Pa. Sachant que la composition molaire de l'air est de 20 % d'oxygène et 80 % d'azote, déterminer :

a) La masse totale du mélange

b) La concentration massique de l'azote

c) La masse volumique du mélange

d) La pression partielle de l'oxygène

Exercice 6

Soit un mélange binaire composé de A et B en mouvement tel que :

$x_a = 1/6$; $u^* = 12$ cm/s ; $u_a - u^* = 3$ cm/s ; $M_a = 5M_b$

Calculer, dans le cas d'une diffusion unidirectionnelle, les quantités :

u_b ; $u_b - u^*$; u ; $u_a - u$; $u_b - u$

Exercice 7

Un mélange gazeux s'écoule dans une conduite; il a la composition molaire suivante :

CO : 5 % ; CO_2 : 7 % ; O_2 : 8 % ; N_2 : 80 %

Si les vitesses individuelles des constituants sont :

CO : 5,5 m/s ; CO_2 : 3 m/s ; O_2 : 5 m/s ; N_2 : 16 m/s

trouver la vitesse du barycentre massique ainsi que la masse volumique du mélange. Le gaz est à 295 K et sous $1{,}013.10^5$ Pa.

Exercice 8

Considérons le transfert de matière, en régime unidirectionnel, pour un mélange gazeux formé d'oxygène (A) et de gaz carbonique (B) à la température de 294 K et à la pression totale de $1{,}519.10^5$ Pa.

Sachant que :

$x_A = 0{,}4$; $u_A = 0{,}08$ m/s ; $u_B = -0{,}02$ m/s

calculer :

a) la masse molaire moyenne du mélange

b) les concentrations massiques de A et du mélange

c) la concentration molaire de B

d) les vitesses de diffusion massique de A et molaire de B

e) la densité de flux molaire de transport de A
f) la densité de flux massique de diffusion de B

Exercice 9

Montrer que dans un mélange binaire, la relation entre la densité de flux massique de diffusion de A et sa fraction molaire est donnée par:

$$\overline{j_A} = -\frac{C^2}{\rho} M_A M_B . D_{AB} \overline{\nabla x_A}$$

où ρ et C désignent, respectivement les concentrations massique et molaire totales.

Exercice 10

Dans un mélange binaire de A et B, montrer que la relation entre la densité de flux molaire de diffusion de A et sa fraction massique est donnée par :

$$\overrightarrow{J_A} = -\frac{\rho^2}{C} \frac{D_{AB}}{M_A M_B} \overrightarrow{\mathrm{grad}\,\omega_A}$$

Exercice 11

Un mélange liquide contient 58,8 % en mole de toluène de masse volumique ρ_A = 870 kg/m^3 et 41,2 % en mole de CCl_4 de masse volumique ρ_B = 1630 kg/m^3. Calculer le rapport massique du toluène ainsi que sa concentration massique en supposant qu'il n'y a pas modification des volumes des constituants lorsqu'on réalise leur mélange.

Exercice 12

On réalise un mélange liquide de benzène (C_6H_6) de volume V (masse volumique 880 kg/m^3) et de nitrobenzène ($C_6H_5NO_2$) de même volume V (masse volumique 1200 kg/m^3). En supposant qu'il n'y a pas de modification des volumes des constituants lorsqu'on réalise leur mélange, calculer la concentration molaire du benzène et la masse volumique du mélange.

Exercice 13

Calculer la concentration massique du dioxyde de soufre mélangé à l'air si son rapport massique est égal à 0,552. Le mélange est à la température de 50°C et la pression totale est égale à 2 atm.

B COEFFICIENT DE DIFFUSION

Exercice 14

Calculer le coefficient de diffusion de NH_3 dans l'azote à 353 K et 200 kPa. Comparer la valeur trouvée à celle expérimentale, D_{AB} = 1,66.10^{-5} m^2/s (Sherwood et al 1975). Les valeurs des paramètres de Lennard-Jones sont :

	σ_i (Å)	ε_i/k (°K)
NH_3	2,900	558,3
N_2	3,798	71,4

Exercice 15

Evaluer le coefficient de diffusion du CO_2 dans l'air à 20°C et à pression atmosphérique. Comparer cette valeur avec celle donnée expérimentalement dans les tables. (Utiliser le tableau donnant les paramètres du potentiel de Lennard-Jones)

Exercice 16

En partant de la définition du coefficient de diffusion d'un constituant A dans un mélange m composé de n constituants (relation I), trouver ce coefficient dans le cas où seul A diffuse.
On donne :

$$D_{Am} = \frac{y_A \sum_{i=1}^{n} \phi_i^* - \phi_A^*}{C \dfrac{dy_A}{dz}} \qquad \text{(I)}$$

avec

$$\frac{dy_A}{dz} = \sum_{i \neq A}^{n} \frac{C_A C_i}{C^2 D_{Ai}} (u_i - u_A)$$

Exercice 17

Calculer le coefficient de diffusion de l'ammoniac (A) dans l'azote (B) à 1 atm. et 30°C si l'on considère (d'après les tables) que $D_{A\text{-}air}$ à 1 atm. et 0°C est égal à 0,98 cm²/s et D_{AC} (C:O) à 1 atm. et 20°C égal à 0,253 cm²/s. On suppose que l'air se compose uniquement d'azote (79 %) et d'oxygène (21 %). On donne :

$$D_{Am} = \frac{1 - y_A}{\dfrac{y_B}{D_{AB}} + \dfrac{y_C}{D_{AC}}}$$

Pour le calcul des coefficients de diffusion des différents binaires, on a utilisé la relation de Fuller, valable pour les basses pressions.

$$D_{AB} = \frac{10^{-3}.T^{1,75} \left[\dfrac{1}{M_A} + \dfrac{1}{M_B} \right]^{0,5}}{P\left(v_A^{1/3} + v_B^{1/3}\right)^2}$$

v_A, v_B : volumes molaires partiels (supposés constants ici)

Solutions du chapitre II

Exercice 1

a) $$\omega_A = \frac{m_A}{m_A + m_B} = \frac{N_A M_A}{N_A M_A + N_B M_B} = \frac{x_A N.M_A}{x_A N.M_A + x_B N.M_B} = \frac{x_A M_A}{x_A M_A + x_B M_B}$$

b) $$d\omega_A = \frac{M_A dx_A (x_A M_A + x_B M_B) - (M_A dx_A + M_B dx_B) x_A M_A}{(x_A M_A + x_B M_B)^2}$$

comme $x_A + x_B = 1 \quad \Rightarrow \quad dx_B = -dx_B$

$$d\omega_A = \frac{M_A dx_A (x_A M_A + x_B M_B) - (M_A - M_B) x_A M_A dx_A}{(x_A M_A + x_B M_B)^2} = \frac{M_A M_B (x_B + x_A) dx_A}{(x_A M_A + x_B M_B)^2}$$

$$= \frac{M_A M_B dx_A}{(x_A M_A + x_B M_B)^2}$$

c) $$x_A = \frac{N_A}{N_A + N_B} = \frac{m_A / M_A}{m_A / M_A + m_B / M_B} = \frac{\omega_A m / M_A}{\omega_A m / M_A + \omega_B m / M_B} = \frac{\omega_A / M_A}{\omega_A / M_A + \omega_B / M_B}$$

$$dx_A = \frac{(\omega_A / M_A + \omega_B / M_B) d\omega_A / M_A - (d\omega_A / M_A + d\omega_B / M_B) \omega_A / M_A}{(\omega_A / M_A + \omega_B / M_B)^2}$$

comme $\omega_A + \omega_B = 1 \quad \Rightarrow \quad d\omega_B = -d\omega_A$

$$dx_A = \frac{(d\omega_A / M_A)\left[\omega_A / M_A + \omega_B / M_B - \omega_A / M_A + \omega_A / M_B\right]}{(\omega_A / M_A + \omega_B / M_B)^2} = \frac{d\omega_A (\omega_A + \omega_B)}{M_A M_B (\omega_A / M_A + \omega_B / M_B)^2}$$

$$= \frac{d\omega_A}{M_A M_B (\omega_A / M_A + \omega_B / M_B)^2}$$

Exercice 2

a) On utilise la question a) de l'exercice 1

$$\omega_O = \frac{y_O M_O}{y_O M_O + y_N M_N} = \frac{0{,}79.32}{0{,}79 \times 32 + 0{,}21 \times 28} = 0{,}23$$

$$\omega_N = 1 - \omega_O = 1 - 0{,}23 = 0{,}77$$

b) $M = \frac{m}{N} = \frac{\sum m_i}{N} = \frac{\sum N_i M_i}{N} = \sum \frac{N_i M_i}{N} = \sum y_i M_i = y_O M_O + y_N M_N$

$= 0{,}21 \times 32 + 0{,}79 \times 28 = 28{,}84 \text{ g/mol}$

Exercice 3

a) On utilise la question a) de l'exercice 1

$$\omega_A = \frac{y_A M_A}{\sum y_i M_i} = \frac{0{,}949 \times 16}{0{,}949 \times 16 + 0{,}04 \times 30 + 0{,}006 \times 44 + 0{,}005 \times 44} = 0{,}9$$

b) $M = \sum y_i M_i = 0{,}949 \times 16 + 0{,}04 \times 30 + 0{,}006 \times 44 + 0{,}005 \times 44 = 16{,}86 \text{ g/mol}$

c) $\rho = \frac{m}{V} = \frac{\sum m_i}{V} = \frac{\sum N_i M_i}{V} = \frac{\sum y_i N.M_i}{V} = \frac{N}{V} \sum y_i M_i = \frac{N}{V} M = \frac{P}{RT} M$ (gaz parfait)

$$= \frac{1{,}013.10^5 \times 16{,}86}{8{,}314 \times 193} = 1067 \text{ g/m}^3 = 1{,}067 \text{ g/l}$$

d) Nous avons un mélange de gaz supposés parfaits, nous pouvons donc écrire :

$$\left.\begin{array}{l} P_A V = N_A RT \\ PV = NRT \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{P_A}{P} = \frac{N_A}{N} = y_A \Rightarrow P_A = y_A P \quad \text{(loi de DALTON)}$$

$$P_A = 0{,}949 \times 1{,}013.10^5 = 0{,}96.10^5 \text{ Pa}$$

e) $\omega_P = \frac{y_P M_P}{\sum y_i M_i} = \frac{y_P M_P}{M} = \frac{0{,}006 \times 44}{16{,}86} = 0{,}0156 = 15600 \text{ ppm}$

Exercice 4

a) On utilise la question a) de l'exercice 3

$$\omega_N = \frac{y_N M_N}{\sum y_i M_i} = \frac{0{,}14 \times 28}{0{,}04 \times 44 + 0{,}14 \times 28 + 0{,}05 \times 30 + 0{,}77 \times 16} = 0{,}20$$

b) On utilise la question b) de l'exercice 2

$M = \sum y_i M_i = 19{,}5 \text{ g/mol}$

Exercice 5

a) $m = \sum m_i = \sum M_i N_i = \sum M_i y_i N = N \sum M_i y_i = \frac{PV}{RT} \sum M_i y_i$ (gaz parfait)

$$= \frac{1{,}013.10^5 \times 30}{8{,}314 \times 400}(32 \times 0{,}2 + 28 \times 0{,}8) = 26318\ \text{g}$$

b) $\overline{C_N} = \frac{m_N}{V} = \frac{M_N N_N}{V} = \frac{M_N y_N N}{V} = \frac{P}{RT} M_N y_N = \frac{1{,}013.10^5}{8{,}314 \times 400} 28 \times 0{,}8 = 682\ \text{g/m}^3 = 0{,}682\ \text{g/l}$

c) $\rho = \frac{m}{V} = \frac{\sum m_i}{V} = \frac{\sum M_i N_i}{V} = \frac{\sum M_i y_i N}{V} = \frac{N}{V} \sum M_i y_i = \frac{P}{RT} \sum M_i y_i$

$$= \frac{1{,}013.10^5}{8{,}314 \times 400}(28 \times 0{,}8 + 32 \times 0{,}2) = 877\ \text{g/m}^3 = 0{,}877\ \text{g/l}$$

d) $p_O = y_O P = 0{,}2 \times 8{,}314.10^5 = 0{,}2026\ \text{Pa} = 0{,}2\ \text{atm}$

Exercice 6

a) $u^* = \frac{\sum C_i u_i}{\sum C_i} = \frac{\sum C_i u_i}{C} = \sum \frac{C_i u_i}{C} = \sum x_i u_i = x_a u_a + x_b u_b \Rightarrow u_b = \frac{u^* - x_a u_a}{x_b}$

avec $u_a = (u_a - u^*) + u^* = 3 + 12 = 15\ \text{cm/s}$ et $x_b = 1 - x_a = 1 - 1/6 = 5/6$

$u_b = \frac{12 - 1/6 \times 15}{5/6} = 11{,}4\ \text{cm/s}$

b) $u_b - u^* = 11{,}4 - 12 = -0{,}6\ \text{cm/s}$

c) $u = \frac{\sum \overline{C_i} u_i}{\sum \overline{C_i}} = \frac{\sum M_i C_i u_i}{\sum M_i C_i} = \frac{\sum M_i x_i C.u_i}{\sum M_i x_i C} = \frac{\sum M_i x_i u_i}{\sum M_i x_i} = \frac{M_a x_a u_a + M_b x_b u_b}{M_a x_a + M_b x_b}$

$$= \frac{5M_b x_a u_a + M_b x_b u_b}{5M_b x_a + M_b x_b} = \frac{5x_a u_a + x_b u_b}{5x_a + x_b} = \frac{5 \times 1/6 \times 15 + 5/6 \times 11{,}4}{5 \times 1/6 + 5/6} = 13{,}2\ \text{cm/s}$$

d) $u_a - u = 15 - 13{,}2 = 1{,}8\ \text{cm/s}$

e) $u_b - u = 11{,}4 - 13{,}2 = -1{,}8\ \text{cm/s}$

Exercice 7

a) Même solution que l'exercice 6 question c:

$$u = \frac{\sum M_i y_i u_i}{\sum M_i y_i} = \frac{28 \times 0{,}05 \times 5{,}5 + 44 \times 0{,}07 \times 3 + 32 \times 0{,}08 \times 5 + 28 \times 0{,}8 \times 16}{28 \times 0{,}05 + 44 \times 0{,}07 + 32 \times 0{,}08 + 28 \times 0{,}8} = 13{,}18\ \text{m/s}$$

b) Même solution que l'exercice 3 question c

$$\rho = \frac{P}{RT}\sum M_i y_i = \frac{1{,}013.10^5}{8{,}314\times 295}(28\times 0{,}05 + 44\times 0{,}07 + 32\times 0{,}08 + 28\times 0{,}8) = 1216\ g/m^3 = 1{,}216\ g/l$$

Exercice 8

a) $M = \sum M_i y_i = 32\times 0{,}4 + 44\times 0{,}6 = 39{,}2$ g/mol

b) • $\overline{C_A} = \frac{m_A}{V} = \frac{M_A N_A}{V} = \frac{M_A y_A N}{V} = \frac{P}{RT} M_A y_A = \frac{1{,}519.10^5}{8{,}314\times 294} 32\times 0{,}4 = 795\ g/m^3$

• $\overline{C} = \rho = \overline{C_A} + \overline{C_B} = \frac{P}{RT}\sum M_i y_i = \frac{1{,}519.10^5}{8{,}314\times 294}(32\times 0{,}4 + 44\times 0{,}6) = 2436\ g/m^3$

c) $C_B = \frac{N_B}{v} = \frac{y_B N}{V} = \frac{y_B P}{RT} = \frac{0{,}6\times 1{,}519.10^5}{8{,}314\times 294} = 37{,}3\ mol/m^3$

autre méthode $C_B = \frac{\overline{C_B}}{M_B} = \frac{\overline{C} - \overline{C}_A}{M_B} = \frac{2436 - 795}{44} = 37{,}3\ mol/m^3$

d) • $u_A - u = u_A - \frac{\sum M_i y_i u_i}{\sum M_i y_i} = u_A - \frac{\sum M_i y_i u_i}{M}$

$$= 0{,}8 - \frac{32\times 0{,}4\times 0{,}8 + 44\times 0{,}6\times(-0{,}02)}{39{,}2} = 0{,}067\ m/s$$

• $u_B - u^* = u_B - \sum y_i u_i = (-0{,}02) - [0{,}4\times 0{,}8 + 0{,}6\times(-0{,}02)] = -0{,}04\ m/s$

e) $\phi_A^* = C_A u_A = \frac{y_A P}{RT} u_A = \frac{0{,}4\times 1{,}519.10^5}{8{,}314\times 294}\times 0{,}8 = 1{,}988\ mol/m^2 s$

f) $j_B = \overline{C_B}(u_B - u) = M_B C_B\left(u_B - \frac{\sum M_i y_i u_i}{M}\right)$

$$= 44\times 37{,}3\times\left((-0{,}02) - \frac{32\times 0{,}4\times 0{,}8 + 44\times 0{,}6\times(-0{,}02)}{39{,}2}\right) = -53{,}5\ g/m^2 s$$

Exercice 9

La densité de flux massique de diffusion s'écrit :

$\vec{j}_A = -\rho D_{AB}\nabla\omega_A$

Considérons la composante suivant x de ce vecteur, soit :

$j_{Ax} = -\rho D_{AB}\frac{\partial\omega_A}{\partial x}$ et sachant que : $\omega_A = \frac{M_A x_A}{M_A x_A + M_B x_B}$

on aura : $$\frac{\partial \omega_A}{\partial x} = \frac{M_A \dfrac{\partial x_A}{\partial x}(M_A x_A + M_B x_B) - M_A x_A \left(M_A \dfrac{\partial x_A}{\partial x} + M_B \dfrac{\partial x_B}{\partial x} \right)}{(M_A x_A + M_B x_B)^2}$$

$$= \frac{M_A (M_A x_A + M_B x_B - M_A x_A + M_B x_A)}{M^2} \frac{\partial x_A}{\partial x} \qquad \left(\text{car } \frac{\partial x_B}{\partial x} = -\frac{\partial x_A}{\partial x} \right)$$

$$= \frac{M_A M_B (x_B + x_A)}{(\rho/C)^2} \frac{\partial x_A}{\partial x} = \frac{C^2}{\rho^2} M_A M_B \frac{\partial x_A}{\partial x}$$

donc $$j_{Ax} = -\rho D_{AB} \frac{C^2}{\rho^2} M_A M_B \frac{\partial x_A}{\partial x} = -\frac{C^2}{\rho} M_A M_B D_{AB} \frac{\partial x_A}{\partial x} \qquad \text{(cqfd)}$$

et on refait le même travail avec les deux autres composantes.

Exercice 10

La densité de flux molaire de diffusion s'écrit :

$\vec{J}_A = -C D_{AB} \overline{\text{grad} x_A}$

Considérons la composante suivante x du flux soit : $J_{Ax} = -C D_{AB} \dfrac{\partial x_A}{\partial x}$

et sachant que : $$x_A = \frac{N_A}{N} = \frac{N_A}{N_A + N_B} = \frac{m_A/M_A}{m_A/M_A + m_B/M_B} = \frac{\omega_A m/M_A}{\omega_A m/M_A + \omega_B m/M_B} \qquad \text{(II.1)}$$

$$= \frac{\omega_A/M_A}{\omega_A/M_A + \omega_B/M_B}$$

$$\frac{\partial x_A}{\partial x} = \frac{\dfrac{1}{M_A}\dfrac{\partial \omega_A}{\partial x}\left(\dfrac{\omega_A}{M_A} + \dfrac{\omega_B}{M_B}\right) - \dfrac{\omega_A}{M_A}\left(\dfrac{1}{M_A}\dfrac{\partial \omega_A}{\partial x} + \dfrac{1}{M_B}\dfrac{\partial \omega_B}{\partial x}\right)}{\left(\dfrac{\omega_A}{M_A} + \dfrac{\omega_B}{M_B}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{M_A} \frac{\left(\dfrac{\omega_A}{M_A} + \dfrac{\omega_B}{M_B} - \dfrac{\omega_A}{M_A} + \dfrac{\omega_A}{M_B}\right)}{\left(\dfrac{\omega_A}{M_A} + \dfrac{\omega_B}{M_B}\right)^2} \frac{\partial \omega_A}{\partial x} \qquad \left(\text{car } \frac{\partial \omega_B}{\partial x} = -\frac{\partial \omega_A}{\partial x}\right)$$

D'après (II.1), on a :

$$\frac{\omega_A}{M_A} + \frac{\omega_B}{M_B} = \frac{N}{m} = \frac{1}{M} = \frac{C}{\rho}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial x_A}{\partial x} = \frac{1}{M_A} \frac{\dfrac{\omega_A + \omega_B}{M_B}}{\left(\dfrac{C}{\rho}\right)^2} \frac{\partial \omega_A}{\partial x} = \frac{1}{M_A M_B} \frac{\rho^2}{C^2} \frac{\partial \omega_A}{\partial x}$$

Donc $$J_{Ax} = -C D_{AB} \frac{\partial x_A}{\partial x} = -\frac{\rho^2}{C} \frac{D_{AB}}{M_A M_B} \frac{\partial \omega_A}{\partial x} \qquad \text{(cqfd)}$$

On refait le même travail pour les deux autres composantes

Exercice 11

$$\text{a)}\quad \overline{X}_A = \frac{m_A}{m_B} = \frac{N_A M_A}{N_B M_B} = \frac{x_A N M_A}{x_B N M_B} = \frac{x_A M_A}{x_B M_B}$$

$$= \frac{0{,}588.}{0{,}412.154} = 0{,}852$$

$$\text{b)}\quad \overline{C}_A = \frac{m_A}{V} = \frac{m_A}{V_A + V_B} = \frac{m_A}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{1}{\frac{1}{\rho_A} + \frac{1}{\rho_B \overline{\overline{X}}_A}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{870} + \frac{1}{1630 \times 0{,}852}} = 535\ \text{kg/m}^3$$

Exercice 12

$$\text{a)}\quad C_A = \frac{N_A}{V} = \frac{m_A/M_A}{V_A + V_B} = \frac{m_A/M_A}{2V_A} = \frac{\rho_A}{2M_A}$$

$$= \frac{880.10^3}{2 \times 78} = 5641\ \text{mol}/\text{m}^3 = 5{,}641\ \text{mol/l}$$

$$\text{b)}\quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} = \frac{(\rho_A + \rho_B) V_A}{2V_A} = \frac{\rho_A + \rho_B}{2}$$

$$= \frac{880 + 1200}{2} = 1040\ \text{kg}/\text{m}^3$$

Exercice 13

$$\overline{C}_A = \frac{m_A}{V} = \frac{M_A N_A}{V} = \frac{M_A y_A N}{V} = M_A y_A \frac{P}{RT}$$

Par ailleurs, on a :

$$y_A = \frac{N_A}{N_A + N_B} = \frac{m_A/M_A}{m_A/M_A + m_B/M_B} = \frac{m_A M_B}{m_A M_B + m_B M_A} = \frac{\overline{Y}_A M_B}{\overline{\overline{Y}}_A M_B + M_A}$$

$$\text{donc :}\quad \overline{C}_A = \frac{M_A P}{RT} \frac{\overline{Y}_A M_B}{\overline{\overline{Y}}_A M_B + M_A} = \frac{64 \times 2}{0{,}082 \times 323} \times \frac{0{,}552 \times 29}{0{,}552 \times 29 + 64} = 0{,}967\ \text{g/l}$$

Exercice 14

On applique la relation de , valable pour deux molécules inertes et non polaires soit :

$$D_{AB} = \frac{0{,}001858.T^{3/2} \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right)^{1/2}}{P.\sigma_{AB}^2.\Omega_D} \quad (\text{cm}^2/\text{s})$$

Avec :

M_A, M_B : en g

P : en atm

σ_{AB} : en $\mathring{A}$

Ω_D : paramètre sans dimensions tiré à partir des tables (Annexe)

$$\sigma_{AB} = \frac{\sigma_A + \sigma_B}{2} = \frac{2,900 + 3,798}{2} = 3,349 \text{ Å}$$

Les valeurs de Ω_D sont tabulées en fonction du paramètre kT/ε (k : constante de Boltzman).

Calculons d'abord la valeur de ε/k :

$$\frac{\varepsilon}{k} = \sqrt{\frac{\varepsilon_A}{k} \cdot \frac{\varepsilon_B}{k}} = \sqrt{558,3 \times 71,4} = 199,65 \text{ K} \quad \rightarrow \quad \frac{kT}{\varepsilon} = \frac{353}{199,65} = 1,768$$

Sur les tables, on constate que la valeur de kT/ε est comprise entre 1,75 et 1,80. Si on considère une évolution linéaire entre ces deux valeurs, on obtient :

$$\Omega_D = 1,123$$

On aura enfin :

$$D_{AB} = \frac{0,001858 \times (353)^{3/2} \times \left(\frac{1}{17} + \frac{1}{28}\right)^{1/2}}{\frac{2.10^5}{1,013.10^5} \times (3,349)^2 \times 1,123} = 0,152 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{0,166 - 0,152}{0,166} = 8,2\ \%$$

<u>Exercice 15</u>

En utilisant la même relation et la même méthode que précédemment, on obtient :
Le tableau en annexe donne :

$\sigma_A = 3,941$ $\quad\sigma_B = 3,711 \quad \rightarrow \quad \sigma_{AB} = 3,826$

$\varepsilon_A/k = 195,2 \text{ K} \quad \varepsilon_B/k = 78,6 \text{ K} \quad \rightarrow \quad \varepsilon/k = 123,86 \text{ K}$ et $kT/\varepsilon = 293/123,86 = 2,365$

ce qui donne : $\Omega_D = 1,022$

et $$D_{AB} = \frac{0,001858 \times (293)^{3/2} \left(\frac{1}{44} + \frac{1}{29}\right)^{1/2}}{1 \times (3,826)^2 \times 1,022} = 0,149 \text{ cm}^2/\text{s}$$

<u>Exercice 16</u>

La relation de Maxwell s'écrit :

$$\frac{dy_A}{dz} = \sum_{\substack{i=1\\i\neq A}}^{n} \frac{C_A C_i}{C^2 D_{Ai}}(u_i - u_A) = \sum_{\substack{i=1\\i\neq A}}^{n} \frac{1}{D_{Ai}}\left(\frac{C_A\phi_i^* - C_i\phi_A^*}{C^2}\right) = \frac{1}{C}\sum_{\substack{i=1\\i\neq A}}^{n}\frac{1}{D_{Ai}}\left(y_A\phi_i^* - y_i\phi_A^*\right)$$

Lorsque seul A diffuse, on aura :

$$\sum_{i=1}^{n}\phi_i^* = \phi_A^* \qquad \text{et} \qquad \sum_{\substack{i=1\\i\neq A}}^{n}\phi_i^* = 0$$

ce qui donne :

$$\phi_A^* = y_A\sum_{i=1}^{n}\phi_i^* - D_{Am}C\frac{dy_A}{dz} = y_A\phi_A^* - D_{Am}\sum_{\substack{i=1\\i\neq A}}^{n}\frac{1}{D_{Ai}}\left(-y_i\phi_A^*\right) = y_A\phi_A^* + D_{Am}\phi_A^*\sum_{\substack{i=1\\i\neq A}}^{n}\frac{y_i}{D_{Ai}}$$

$$\Rightarrow \quad D_{Am} = \frac{\phi_A^*(1-y_A)}{\phi_A^*\sum_{\substack{i=1\\i\neq A}}^{n}\frac{y_i}{D_{Ai}}} = \frac{1-y_A}{\sum_{\substack{i=1\\i\neq A}}^{n}\frac{y_i}{D_{Ai}}}$$

Exercice 17

Calculons d'abord les coefficients de diffusion de l'ammoniac dans l'air et de l'ammoniac dans l'oxygène à 30°C. Pour cela, nous utilisons la relation de Fuller.

$$\frac{D_{ij}(T_2)}{D_{ij}(T_1)} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1,75} \quad \Rightarrow \quad D_{ij}(T_2) = D_{ij}(T_1).\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1,75}$$

$$D_{Aair}(30) = D_{Aair}(0)\times\left(\frac{303}{273}\right)^{1,75} = 0,95\times\left(\frac{303}{273}\right)^{1,75} = 1,176\ cm^2/s$$

$$D_{AC}(30) = D_{AC}(20)\times\left(\frac{303}{293}\right)^{1,75} = 0,268\ cm^2/s$$

Avant de procéder au calcul de D_{AB}, on cherche les valeurs des fractions molaires. Nous avons :

$$\frac{N_B}{N_B + N_C} = 0,79 \qquad \text{et} \qquad \frac{N_C}{N_B+N_C} = 0,21 \qquad \text{(c'est la composition de l'air)}$$

En divisant le numérateur et le dénominateur par le nombre total de moles N, on obtient :

$$\frac{y_B}{y_B+y_C} = 0,79 \qquad \text{et} \qquad \frac{y_C}{y_B+y_C} = 0,21$$

$$D_{Am} = \frac{1-y_A}{\frac{y_B}{D_{AB}}+\frac{y_C}{D_{AC}}} = \frac{y_B+y_C}{\frac{y_B}{D_{AB}}+\frac{y_C}{D_{AC}}} = \frac{1}{\frac{1}{D_{AB}}\frac{y_B}{y_B+y_C}+\frac{1}{D_{AC}}\frac{y_C}{y_B+y_C}}$$

$$D_{Am} = \frac{1}{\dfrac{0,79}{D_{AB}} + \dfrac{0,21}{D_{AC}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{0,79}{D_{AB}} = \frac{1}{D_{Am}} - \frac{0,21}{D_{AC}}$$

$$D_{AB} = \frac{0,79}{\dfrac{1}{D_{Am}} - \dfrac{0,21}{D_{AC}}} = \frac{0,79}{\dfrac{1}{1,176} - \dfrac{0,21}{0,268}} = 11,73\,cm^2/s$$